平成27年度高等学校入学試験問題

数　　学

注意事項

1　**試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。**

2　この問題冊子は，9ページあります。
試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。

3　**解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので，監督者の指示に従って，それぞれ正しく記入し，マークしなさい。**

①上部の受験番号欄・氏名欄
上部の受験番号欄には受験番号（数字）を記入し，氏名欄には氏名を記入しなさい。

②左側の受験番号欄
受験番号（数字）を記入し，さらにその下のマーク欄にマークしなさい。正しくマークされない場合は採点できないことがあります。

4　解答は，解答用紙の解答欄に次のようにマークしなさい。

（1）**ア**，**イ**，**ウ**，……の一つ一つには，それぞれ0から9までの数字，または－のいずれか一つが対応します。それらを**ア**，**イ**，**ウ**，……で示された解答欄にマークしなさい。

（例） $\boxed{\text{アイ}}$ に－7と答えたいとき

ア	●	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
イ	⊖	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	●	⑧	⑨

（2）分数形で解答が求められているときは，既約分数（それ以上，約分ができない分数）で答えます。符号は分子につけ，分母につけてはいけません。

（例） $\dfrac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは $\dfrac{-4}{5}$ として

ウ	●	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
エ	⊖	⓪	①	②	③	●	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
オ	⊖	⓪	①	②	③	④	●	⑥	⑦	⑧	⑨

（3）根号を含む形で解答する場合は，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えます。

（例） $\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}$ には $3\sqrt{8}$ ではなく，$6\sqrt{2}$ と答えます。

$\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{クケ}}}}{\boxed{\text{コ}}}$ には，$\dfrac{\sqrt{52}}{6}$ ではなく，$\dfrac{\sqrt{13}}{3}$ と答えます。

1 次の $\boxed{}$ をうめなさい。

(1) $(4y)^3 \div \left(-\dfrac{2}{3}x\right)^2 \times \left(\dfrac{1}{3}x^3y^2\right)^3 = \dfrac{\boxed{アイ}}{\boxed{ウ}}x^{\boxed{エ}}y^{\boxed{オ}}$ である。

(2) $\sqrt{18} - (\sqrt{2}+1)^2 + \dfrac{4}{\sqrt{2}} = \boxed{カ}\sqrt{\boxed{キ}} - \boxed{ク}$ である。

(3) 連立方程式 $\begin{cases} 2x+3y=-1 \\ x-\dfrac{2}{3}y=6 \end{cases}$ の解は，$x=\boxed{ケ}$，$y=\boxed{コサ}$ である。

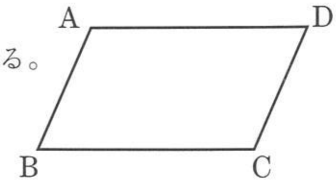
(4) $\sqrt{4n-n^2}$ が整数となるような整数 n は $\boxed{シ}$ 個ある。

(5) $x^2+4x-\boxed{スセ}=(x+\boxed{ソ})(x-2)$ である。

(6) $\dfrac{22}{111}$ を小数で表すとき，小数第4位は $\boxed{タ}$ であり，小数第2015位は $\boxed{チ}$ である。

$\boxed{2}$ 次の各問いの $\boxed{}$ をうめなさい。

〔1〕平行四辺形ABCDにおいて，辺BC上にBP：PC＝1：2となるように点Pをとり，辺AD上にAQ：QD＝2：1となるように点Qをとる。2本の対角線AC，BDの交点をOとする。このとき，次の面積の比を最も簡単な整数の比で答えなさい。



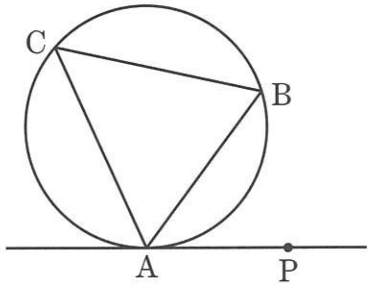
(1) (△OBPの面積)：(△OPCの面積)＝ $\boxed{ア}$ ： $\boxed{イ}$ である。

(2) (△ABQの面積)：(平行四辺形ABCDの面積)＝ $\boxed{ウ}$ ： $\boxed{エ}$ である。

(3) (△QBPの面積)：(平行四辺形ABCDの面積)＝ $\boxed{オ}$ ： $\boxed{カ}$ である。

〔2〕次の各問いに答えなさい。

(1) 右図において，3点A，B，Cを通る円と直線APは点Aで接している。このとき，∠BAP＝∠ACBが成立することを次のように証明した。$\boxed{キ}$〜$\boxed{コ}$に適するものを下の語群から選び，それぞれ番号で答えなさい。
ただし，$\boxed{キ}$と$\boxed{キ}$，$\boxed{ケ}$と$\boxed{ケ}$には同じ番号が入ります。



直径ADを引くと，∠DAP＝$\boxed{キ}$なので，

∠BAP＝$\boxed{キ}$－∠$\boxed{ク}$ ···(ⅰ)

ADは直径なので，∠ABD＝$\boxed{キ}$なので，

∠$\boxed{ケ}$＝$\boxed{キ}$－∠DAB ···(ⅱ)

(ⅰ)，(ⅱ)より，∠BAP＝∠$\boxed{ケ}$ ···(ⅲ)

同じ弧に対する円周角は等しいので，

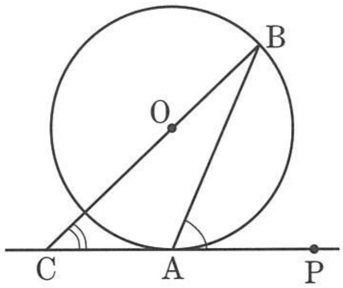
∠ADB＝∠$\boxed{コ}$ ···(ⅳ)

よって，(ⅲ)，(ⅳ)より，∠BAP＝∠ACBは成立する。

語群

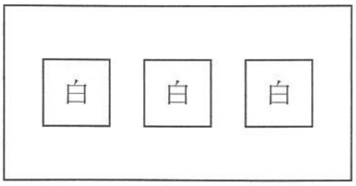
① 30°	② 60°	③ 90°	④ 180°
⑤ ADB	⑥ CAB	⑦ DAB	⑧ ACB

(2) 右図において，点Oを中心とする円と直線APは点Aで接している。また，直線OBと直線APの交点をCとする。
∠BAP＝77°のとき，∠BCA＝$\boxed{サシ}$°である。



3 次の各問いの$\boxed{}$をうめなさい。

〔1〕片面を白色に，もう片面を黒色に塗った正方形の板が3枚ある。この3枚の板の表の色の並び方が「白白白」であるように机の上に横に並べ，次の操作を繰り返し行う。



操作

1つのさいころを投げて，出た目の数によって次のように板を裏返す。
- 1であれば，左端の板を裏返す。
- 2または3であれば，まん中の板を裏返す。
- 4であれば，右端の板を裏返す。
- 5または6であれば，3枚の板すべてを裏返す。

例えば，1回目の操作で出たさいころの目が1であれば，色の並び方は「黒白白」となる。さらに，2回目の操作で出たさいころの目が4であれば，色の並び方は「黒白黒」となる。ただし，さいころには1～6の目があり，どの目が出ることも同様に確からしいものとする。

(1) 1回の操作を終えた結果，色の並び方が「白黒白」となる確率は$\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$である。

(2) 2回の操作を終えた結果，色の並び方が「白白白」となる確率は$\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エオ}}}$である。

(3) 2回の操作を終えた結果，色の並び方が「白黒黒」となる確率は$\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$である。

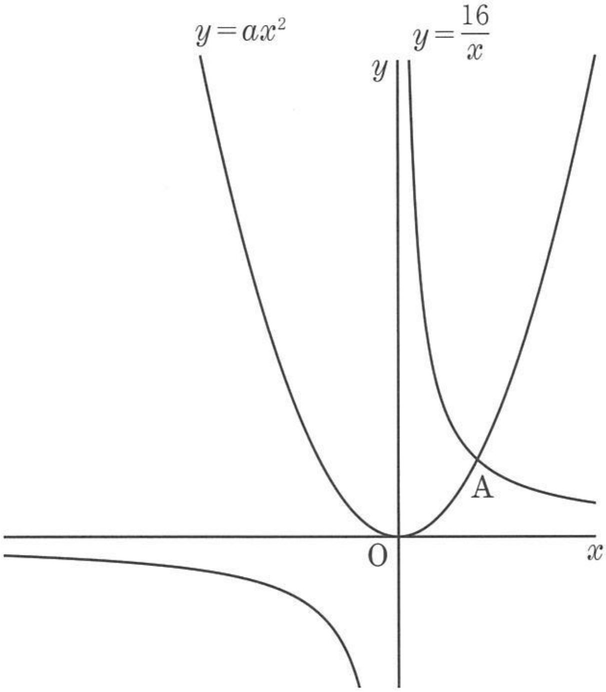
〔2〕自然数28の正の約数の個数は$\boxed{\text{ク}}$個あり，その数自身の28を除く約数の和は28となり，その数自身と等しくなる。このように，自然数mで，その数自身を除く正の約数の和がmとなるような自然数mを完全数と呼ぶ。

pを2と異なる素数とするとき，$m=16p$の形の自然数で完全数となるものを探そう。

pは素数かつ奇数なので$m=16p$の正の約数の個数は$\boxed{\text{ケコ}}$個であり，mを除く約数の和は$\boxed{\text{サシ}}+\boxed{\text{スセ}}p$となる。完全数になるためには，これが$m=16p$に等しいことから，$p=\boxed{\text{ソタ}}$となる。したがって，$m=16p$の形の完全数は$\boxed{\text{チツテ}}$のみということがわかる。

$\boxed{4}$ 2つの関数 $y=ax^2$, $y=\dfrac{16}{x}$ がある。2つの関数のグラフは点Aで交わり，点Aの x 座標は4である。関数 $y=\dfrac{16}{x}$ のグラフ上に x 座標が-8の点Bをとる。

このとき，次の各問いの $\boxed{}$ をうめなさい。



(1) $a=\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ である。

(2) 2点A，Bを通る直線の式は，$y=\dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}x+\boxed{オ}$ である。

(3) 関数 $y=ax^2$ のグラフ上に x 座標が負である点 P と x 座標が 4 より大きい点 Q をとり，直線 AB と y 軸との交点を C，直線 PQ と y 軸との交点を D とするとき，△ABP と△ABQ の面積が等しく，PD : DQ＝3 : 4 を満たしている。

このとき，P $(-\boxed{カ}, \boxed{キ})$，D $(0, \boxed{クケ})$，Q $(\boxed{コ}, \boxed{サシ})$ である。

さらに，四角形 ACDQ を y 軸に関して対称に折り返すと，折り返した図形が四角形 BCDP と重なる部分は，2 点 C，D と 2 点 $(-4,\ 4)$，$\left(-\dfrac{\boxed{スセ}}{\boxed{ソ}}, \dfrac{\boxed{タチ}}{\boxed{ツ}}\right)$ を頂点とする四角形となる。